1.19) $y(0)=1, \quad y'(0)=1$

a) $y''+4y=0$

Corresponde al 1.18c) con $-2a=0$ y $a^2+b^2=4$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$a=0 \qquad b=\pm 2$

Por lo que tengo dos bases distintas del conj. solución:

- con $a=0 \wedge b=2 \rightarrow B_{sol}=\{\cos(2x), \operatorname{sen}(2x)\}$ I
- con $a=0 \wedge b=-2 \rightarrow B_{sol}=\{\cos(-2x), \operatorname{sen}(-2x)\}=\{\cos(2x), \operatorname{sen}(-2x)\}$ II

Por lo que la solución la puedo escribir como:

I $y_{G_1}(x)=C_1 \cdot \cos(2x)+C_2 \cdot \operatorname{sen}(2x)$

usando las cond. iniciales:

$y_{G_1}(0)=1 \rightarrow C_1\cos(2 \cdot 0)+C_2\operatorname{sen}(2 \cdot 0)=1 \rightarrow \boxed{C_1=1}$

$y_{G_1}'(x)=-2C_1\operatorname{sen}(2x)+2C_2\cos(2x) \rightarrow y_{G_1}'(0)=1 \rightarrow 2C_2=1 \rightarrow \boxed{C_2=\frac{1}{2}}$

Por lo tanto $\boxed{y_{G_1}(x)=\cos(2x)+\frac{\operatorname{sen}(2x)}{2}}$

Tambien puede ser:

II $y_{G_2}(x) = C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \operatorname{sen}(-2x)$

Usando cond. iniciales:

$y_{G_2}(0) = 1 \rightarrow \boxed{C_1 = 1}$

$y_{G_2}'(x) = -2C_1 \operatorname{sen}(2x) - 2C_2 \cos(-2x)$

$\rightarrow y_{G_2}'(0) = 1 \rightarrow -2C_2 = 1 \rightarrow \boxed{C_2 = -\frac{1}{2}}$

$\rightarrow \boxed{y_{G_2}(x) = \cos(2x) - \frac{\operatorname{sen}(-2x)}{2}}$

b) $y'' + 4y' + 4y = 0$

Corresponde al 1.18) b) con $-2a = 4$ y $a^2 = 4$

$\downarrow$ $a = -2$ $\qquad$ $\downarrow$ $a = \pm 2$.

$\boxed{a = -2}$

Entonces una base del esp. solución es: $\{e^{-2x}, xe^{-2x}\}$

$\rightarrow y_G(x) = C_1 \cdot e^{-2x} + C_2 \cdot xe^{-2x}$

Uso cond. iniciales:

$y_G(0) = 1 \rightarrow \boxed{C_1 = 1}$

$y_G'(x) = -2C_1 \cdot e^{-2x} + C_2 e^{-2x} - 2C_2 x e^{-2x}$

$y_G'(0) = 1 \rightarrow -2\underbrace{C_1}_{=1} + C_2 = 1 \rightarrow \boxed{C_2 = 3}$

$\rightarrow \boxed{y_G = e^{-2x} + 3xe^{-2x}}$

c) $y'' + 4y' + 5y = 0$

Corresponde al 1.18 c) con $-2a = 4$ y $a^2 + b^2 = 5$

$\downarrow$ $a = -2$ $\qquad$ $\downarrow$ $b = \pm 1$

Por lo tanto tengo dos bases distintas del esp. solución:

I $B_1 = \{e^{-2x}\cos(x), e^{-2x}\operatorname{sen}(x)\}$ con $a = -2 \wedge b = 1$

$B_2 = \{e^{-2x}\cos(-x), e^{-2x}\operatorname{sen}(-x)\}$ con $a = -2 \wedge b = -1$

$\downarrow$

II $= \{e^{-2x}\cos(x), e^{-2x}\operatorname{sen}(-x)\}$

Por lo tanto:

I $\rightarrow y_{G_1} = C_1 \cdot e^{-2x}\cos(x) + C_2 \cdot e^{-2x}\operatorname{sen}(x)$

Uso cond. iniciales:

$y_{G_1}(0) = 1 \rightarrow \boxed{C_1 = 1}$

$y_{G_1}'(x) = -2C_1 e^{-2x}\cos(x) - C_1 e^{-2x}\operatorname{sen}(x) - 2C_2 e^{-2x}\operatorname{sen}(x) + C_2 e^{-2x}\cos(x)$

$y_{G_1}'(0) = 1 \rightarrow -2\underbrace{C_1}_{=1} + C_2 = 1 \rightarrow \boxed{C_2 = 3}$

$\rightarrow \boxed{y_{G_1}(x) = e^{-2x}\cos(x) + 3e^{-2x}\operatorname{sen}(x)}$

y para II quedará:

$\boxed{y_{G_2}(x) = e^{-2x}\cos(x) - 3e^{-2x}\operatorname{sen}(-x)}$